Revue des sciences de l’éducation

Le développement de l’écriture des nombres chez Christine

Lucie DeBlois

Volume 21, numéro 2, 1995

URI : https://id.erudit.org/iderudit/031789ar
DOI : https://doi.org/10.7202/031789ar

Aller au sommaire du numéro

Éditeur(s)

Revue des sciences de l'éducation

ISSN

0318-479X (imprimé)
1705-0065 (numérique)

Découvrir la revue

Citer cet article

DeBlois, L. (1995). Le développement de l’écriture des nombres chez Christine. *Revue des sciences de l’éducation*, *21*(2), 331–351. https://doi.org/10.7202/031789ar

Résumé de l'article

Cet article rapporte une partie d'une recherche dont le but était d'observer le développement de la compréhension de l'écriture des nombres chez des enfants en difficulté d'apprentissage. Nous relatons le développement de cette compréhension pour Christine, une des enfants rencontrés. Nos analyses décrivent brièvement les activités réalisées. En outre, elles s'attardent aux représentations initiales de l'enfant, aux procédures utilisées pour résoudre les problèmes posés et à la construction de nouvelles réflexions relativement à ce concept. Les procédures coordonnées aux représentations mentales permettent aux réflexions de se transformer.

Revue des sciences de l'éducation, Volume XXI, n° 2, 1995, p. 331 à 351

Le développement de l'écriture des nombres chez Christine

Lucie DeBlois
professeure
Université du Québec à Rimouski

Résumé – Cet article rapporte une partie d'une recherche dont le but était d'observer le développement de la compréhension de l'écriture des nombres chez des enfants en difficulté d'apprentissage. Nous relatons le développement de cette compréhension pour Christine, une des enfants rencontrés. Nos analyses décrivent brièvement les activités réalisées. En outre, elles s'attardent aux représentations initiales de l'enfant, aux procédures utilisées pour résoudre les problèmes posés et à la construction de nouvelles réflexions relativement à ce concept. Les procédures coordonnées aux représentations mentales permettent aux réflexions de se transformer.

Introduction

Depuis plusieurs années, un intérêt se manifeste pour chercher à connaître le développement de la pensée des enfants en difficulté d'apprentissage[1]. Comme il n'est pas possible d'une part d'observer le développement de leur pensée «en général» et comme, d'autre part, la résolution des problèmes différents relève de représentations différentes et de procédures différentes, il faut nous restreindre à l'examen d'un champ particulier. C'est pourquoi nous limitons cette étude à l'analyse du développement de la compréhension de l'écriture des nombres, c'est-à-dire au concept de numération positionnelle. La compréhension de la numération positionnelle est importante dans l'élaboration de l'arithmétique au primaire. Plusieurs chercheurs se sont déjà intéressés à sa construction (Bednarz et Dufour-Janvier, 1986; Bergeron, Herscovics et Bergeron, 1986; Morgado, 1992; Perret, 1985; Ross, 1989; Steffe et Cobb, 1988; Steffe et Von Glaserfeld, 1985; Vergnaud, 1991). Dans notre recherche, nous tentons de cerner la pensée d'une enfant qui éprouve des difficultés avec ce concept.

Notre texte comprend d'abord une brève description du modèle théorique qui nous a permis de «lire» la pensée des enfants; il brosse par la suite un tableau des caractéristiques à prendre en compte durant le développement de ce concept; il s'attarde longuement, enfin, à présenter et à analyser le déroulement de la pensée de Christine, une des enfants rencontrés. Suivre ce cheminement permettra, espérons-le, de répondre, partiellement, à des questions telles «Qui sont ces enfants en difficulté d'apprentissage?» et «Comment apprennent-ils?»

Éléments de problématique

Cadre théorique

Pour Piaget (1936), c'est par un jeu entre l'assimilation et de l'accommodation que se construisent de nouvelles structures de pensée. Lorsque l'enfant cherche à atteindre un but ou lorsque le résultat obtenu au cours d'une activité l'étonne, il assimile de nouvelles informations. Cette assimilation est d'abord déformante. À ce moment, l'enfant modifie l'information reçue en fonction de ce qu'il connaît. Par exemple, un enfant peut considérer que le nombre 7 correspond à une quantité plus petite lorsque ce nombre est représenté par un alignement de jetons placés à proximité les uns des autres plutôt que par un alignement de jetons étalés. En réfléchissant sur l'espace occupé par les objets, l'enfant assimile souvent la quantité représentée aux notions de grand et de petit qu'il connaît. Cette assimilation déformante est le point de départ d'une modification et d'une réorganisation de sa structure de pensée. En effet, la prise de conscience de l'équivalence entre ces deux illustrations, prise de conscience réalisée durant le processus de vérification, lui permet de s'accommoder à l'objet d'apprentissage, ici le nombre. Cette prise de conscience amène la compréhension et la conceptualisation de la notion (Piaget, 1974*a*, 1974*b*).

Par le modèle de l'abstraction réfléchissante, Piaget (1977) explique la restructuration de ce processus d'équilibration entre l'assimilation et l'accommodation à un objet d'apprentissage. L'abstraction réfléchissante favorise la découverte des particularités des actions de l'enfant. Elle suscite des réflexions sur les actions posées. Comme moteur de la prise de conscience, l'abstraction réfléchissante transforme les objets ou les situations puisque l'enfant découvre de nouvelles caractéristiques. Dans l'exemple qui précède, la prise de conscience de la procédure de mise en correspondance de chacun des termes des deux ensembles permet à l'enfant de se rendre compte que l'espace occupé par des objets n'est pas une caractéristique du nombre.

Ne s'exerçant qu'à partir d'un déséquilibre entre les connaissances de l'enfant et ce qu'il observe, l'abstraction réfléchissante se réalise en deux mouvements. Dans un premier temps, l'enfant transfère ses actions vers la représentation de ses actions. Par exemple, l'enfant qui dit combien d'objets sont sur une table transfère son action de comptage sur le plan de la représentation. Ensuite, pour comprendre que le nombre d'objets reste le même lorsque la disposition est différente, il effectue une réflexion issue de l'abstraction réfléchissante. En effet, à partir de ce transfert, il sait qu'il peut placer les jetons de la même façon et ce, sans avoir besoin de le réaliser dans l'action. Il explique alors qu'on a rien ajouté ou que l'alignement est plus long, mais qu'il y a un espace entre les jetons. Il construit alors une nouvelle réflexion du type «la disposition des objets ne modifie pas la quantité».

Les opérations logico-mathématiques se construisent grâce à l'abstraction réfléchissante. Piaget ajoute que les abstractions pseudo-empiriques jouent un rôle fondamental au stade des opérations concrètes. Ainsi, dans le cas où l'enfant fait correspondre un à un chacun des termes des deux ensembles avant de constater que la quantité ne varie pas selon la disposition, il illustre l'apparition d'abstractions pseudo-empiriques, «une forme particulière d'abstraction réfléchissante» (Piaget 1977, p. 303). Nous voyons apparaître ici, chez l'enfant, un mécanisme régulateur entre la représentation mentale de ses actions et la réflexion qu'il construit. Cette régulation contribue à la construction de la réflexion. Dans le cadre de cette recherche, nous avons tenu compte de cette forme particulière d'abstraction réfléchissante. Une limite toutefois: Piaget (1977) nous rappelle que l'enfant ne parvient à abstraire une caractéristique que dans la mesure où il la «comprend» au cours de ses actions, donc dans la mesure où naît un début de prise de conscience.

Cadre d'investigation

Fuson (1990) rappelle que, pour être fonctionnelle, la numération positionnelle nécessite une coordination entre la notation de position et la valeur de position. Compte tenu du champ conceptuel étudié, nous observerons à la fois les règles d'organisation et la valeur sous-entendue par les symboles utilisés dans l'écriture des nombres. Ce faisant, nous espérons tenir compte des caractéristiques décimale (base 10), additive, multiplicative et positionnelle de notre système de numération.

Ces deux aspects de la numération positionnelle, valeur et notation, se construisent toutefois à partir d'autres concepts comme la compréhension des petits nombres et les habiletés de comptage. Le concept du petit nombre permet à l'enfant de comprendre que la mesure d'une quantité peut être représentée par un symbole numérique et que l'espace occupé ne modifie pas cette mesure de quantité. Ensuite, les habiletés de comptage (Fuson *et al.*, 1982) sont des outils qui permettent à l'enfant de jeter les bases de la compréhension de la conservation des unités de mesure de quantité (unité, dizaine, centaine). Enfin, les expériences de lecture de nombres des enfants (la lecture des adresses) ne sont pas à négliger. Elles permettent aux enfants d'être déjà familiers avec la juxtaposition des chiffres. La compréhension du concept de numération positionnelle amènerait ainsi l'enfant à abstraire les caractéristiques des unités de mesure de quantité (inclusion, régularité des groupements) représentée par les symboles numériques. C'est ce que nous voulons explorer en étudiant le développement de la compréhension chez Christine.

Qui est Christine?

Christine est une enfant âgée de 8 ans 7 mois. Elle est en troisième année régulière. Elle a d'abord été identifiée en difficulté d'apprentissage par son enseignante. En classe, elle manifeste des difficultés à réaliser des tâches, telles lire ou écrire des nombres, décomposer des nombres ou effectuer des opérations sur eux, comparer ou ordonner des nombres, ce qui la conduit à être acheminée au service d'orthopédagogie.

Afin de mieux cerner le développement de la pensée de cette enfant, nous avions fait une analyse préalable du concept en identifiant les représentations initiales, les procédures, les réflexions et les symbolisations relatives à la compréhension de l'écriture des nombres (DeBlois, 1993). Cette analyse s'est inspirée du modèle théorique de développement de la compréhension (Bergeron et Herscovics, 1989). Une entrevue d'évaluation s'est appuyée sur cette analyse et a permis ainsi de compléter les observations de son enseignante.

Nous avons observé alors que les habiletés de comptage de Christine sont rudimentaires: elle compte par 1 à partir d'un nombre donné, mais le comptage par 10 se transforme en comptage par 5 quand elle doit commencer à compter à partir d'un autre nombre que zéro. Par ailleurs, Christine reconnaît une idée de quantité plus ou moins grande aux mots dizaine, centaine; elle reconnaît aussi l'existence de groupements d'objets dans la vie courante et leur caractère commode. Elle sait illustrer un nombre, mais lorsque l'illustration de ce nombre est modifiée, elle croit que la quantité est modifiée. Ainsi, lorsque 202 est illustré par deux enveloppes de cent jetons et deux jetons, elle considère la quantité plus petite que lorsqu'il est représenté par une enveloppe de centaines, dix enveloppes de dizaines et deux jetons. De même, trente jetons, deux enveloppes contenant dix jetons ajoutées à dix jetons et trois enveloppes de dix jetons représentent pour elle des quantités différentes.

Enfin, Christine est habile à lire les nombres proposés, à écrire les nombres dictés et à attribuer une valeur relative aux chiffres de ces nombres. Pourtant, lorsqu'elle doit comparer 20 dizaines et 2 centaines, la quantité 2 centaines est considérée plus grande que 20 dizaines. Pour soustraire 20 au nombre 234, elle enlève le chiffre 2 (234 - 20 = 34). Elle retrouve des décompositions au nombre 709, mais ne tient compte que des unités (700 unités + 9 unités, 700 + 9). Elle ignore les cartons sur lesquels sont inscrites les quantités 70 dizaines et 7 centaines. Elle arrondit le nombre 613 à la centaine (600) plutôt qu'à la dizaine (610) comme cela lui est demandé.

En somme, au départ, Christine semble utiliser les chiffres d'un nombre comme des objets à déplacer ou à replacer les uns à côté des autres et ce, même si elle peut simultanément reconnaître une valeur relative aux chiffres d'un nombre. Le but de cette recherche était alors de répondre à la question suivante: «Dans une situation d'intervention, où le dialogue à partir des représentations mentales de l'enfant est privilégié, comment s'effectue le passage de structurations partielles vers des structurations généralisables et durables?»

Éléments de méthodologie

Après cette exploration de la manière dont Christine comprenait, nous avons construit des dialogues destinés à l'observation du développement de cette enfant placée en situation d'interventions (DeBlois, 1993). Ces situations d'interventions s'inspirent d'une méthode de recherche appelée expérimentation didactique. Des chercheurs (Boukhssimi, 1990; Héraud, 1992; Menchinskaya, 1969, 1975) qui se sont déjà penchés sur le développement de la compréhension de concepts ont utilisé des variations de cette méthode pour effectuer leurs recherches. Les interventions peuvent être réalisées en classe, en petits groupes ou individuellement. Elles ont une durée variable. Elles tendent toutes vers la construction de réflexions mieux adaptés. Ainsi, durant les interventions, on peut introduire des suggestions et des pistes de réflexions.

Nous avons rencontré Christine une fois par semaine au cours de la quatrième étape de l'année scolaire, soit à la suite des diverses expériences d'apprentissage effectuées en classe. Durant huit semaines, d'avril à juin, nous avons pu voir évoluer la compréhension de Christine. Chaque rencontre a été filmée, puis retranscrite et analysée.

Durant les entrevues d'intervention, notre attention a porté sur les processus de pensée de l'enfant afin de la faire progresser. Une recherche préliminaire (DeBlois, 1990) avait servi de préexpérimentation. Les activités élaborées ont permis de toucher les thèmes suivants: l'attribution d'une valeur relative aux chiffres d'un nombre et l'opération de soustraction, la construction de dizaines et de centaines de même que l'observation de cette organisation, la comparaison entre les différents groupements, l'approximation en arrondissant des nombres et, enfin, la décomposition et la recomposition des nombres.

La structure des entrevues était la suivante. Une anecdote qui racontait l'histoire de l'invention des nombres était présentée. Un problème était accompagné des réponses possibles de l'enfant et du questionnement prévu pour l'orthopédagogue. Ce questionnement n'a pas été suivi selon un ordre linéaire puisque c'était l'enfant qui guidait la démarche. Par ailleurs, au cours des interventions, l'enfant avait à sa disposition des cubes (cubimaths), des jetons de couleurs, des enveloppes de différentes dimensions, un abaque, du papier et des crayons de couleur.

Une grille d'analyse nous a permis d'identifier les mouvements réalisés par la pensée de Christine. C'est ce mouvement que Piaget (1977) décrit lorsqu'il parle d'abstraction réfléchissante. On observe alors les représentations mentales de l'enfant, en fait les actions déjà posées et transférées sur le plan de la pensée. On identifie aussi les procédures qui sont coordonnées aux représentations mentales. On voit alors apparaître de nouvelles réflexions au sujet du concept à l'étude.

Présentation sommaire des résultats

Dans cette partie, nous suivons de près le cheminement de Christine tel qu'il s'est manifesté au cours de six entretiens ou rencontres pendant lesquelles elle a été appelée à résoudre un problème.

Première entrevue d'intervention

L'entrevue d'évaluation a fait ressortir que Christine utilisait les chiffres d'un nombre comme des objets à déplacer en oubliant ce qu'ils représentent. Les travaux de Bednarz et Dufour-Janvier (1986) ont déjà démontré que les enfants voient les nombres comme un alignement de chiffres. À partir de l'activité qui mène à cette conclusion, nous avons tenté d'introduire l'idée d'une valeur relative des chiffres.

Problème posé – Je te présente les chiffres 5, 3, 5 sur des cartons; place ces cartons pour former le nombre le plus grand possible. Je te donne le carton sur lequel est écrit 0; place ce nouveau carton pour obtenir le nombre le plus grand possible. Je te donne les chiffres 2, 4, 1; forme le nombre le plus grand. Où placeras-tu le 0 pour former encore le nombre le plus grand? Maintenant, enlève 20 au nombre formé.

La mise en train de cette intervention favorise l'identification des unités, des dizaines, des centaines et des unités de mille illustrées par les enveloppes, les jetons ou les cubes. Christine compose ensuite le nombre le plus grand à l'aide des chiffres proposés (553). Elle explique: «300, c'est petit, puis il y a deux 5, ça fait qu'on n'a pas le choix de mettre 53 parce que 35 c'est petit». Christine utilise sa représentation mentale des nombres 300 et 500, les compare, puis observe les groupes de chiffres (35 et 53). On invite Christine à mettre en correspondance les chiffres de chacune des positions (553) avec ce qu'ils représentent (enveloppes de centaines, de dizaines et jetons), ce qui est réalisé sans problème.

L'ajout du chiffre 0 permet de poursuivre la recherche du plus grand nombre possible. Christine le place d'abord à la position des unités puis à celle des dizaines. Elle forme ainsi le nombre 5 503. Elle utilise une représentation mentale à propos des groupes d'objets et les compare. Ainsi, la dizaine est le plus petit groupe d'objets, elle y fait correspondre le 0. Nous sollicitons de nouveau Christine afin qu'elle fasse correspondre les chiffres du nombre avec les objets et les groupes d'objets. Elle compare ensuite les chiffres des diverses positions. Christine prend conscience que l'unité de mesure la plus petite est l'unité et non la dizaine. Elle déplace le 0 à la position des unités et découvre que le nombre 5 530 répond mieux à la consigne puisqu'il est plus grand que 5 503.

Elle réutilise ces coordinations en formant 4 210. La représentation mentale initiale de Christine s'appuie sur sa connaissance des unités, des dizaines, des centaines et des unités de mille; elle y coordonne une procédure (la comparaison).

Le chiffre 2 remplace enfin le chiffre 4 et elle forme le nombre 2 210. Enlever 20 au nombre 2 210, qu'elle vient d'illustrer sur un abaque, la rend perplexe. Elle considère qu'elle n'a pas assez de dizaines. Elle est donc invitée à utiliser les enveloppes pour illustrer le nombre 2 210. Christine prend alors 2 enveloppes de dizaines qu'elle appelle «20 dizaines». Elle explique: «Parce que 10 + 10 ça fait 20». Par le dialogue, nous déplaçons sa représentation mentale vers le contenant, l'enveloppe. En identifiant le nombre d'enveloppes qu'elle tient dans les mains, elle reconnaît les 2 dizaines. Toutefois, la coordination entre cette représentation de la dizaine (enveloppe) et le comptage des dizaines ne lui permet pas de construire une réflexion selon laquelle il y a une équivalence entre le nombre 20 et 2 dizaines. Elle récite alors: «20 unités... puis 2 dizaines... bien 20 unités, il y en a 2 fait qu'il y a en 20, ça fait 20 puis les unités il y en a dix... fait qu'il y en a dix dans chaque enveloppe, ça fait 20». Sa pensée oscille entre le contenu (20 jetons) et le contenant (2 enveloppes), dans un mouvement de va-et-vient. Cela semble favoriser la construction d'une relation d'équivalence entre 2 dizaines et 20 unités.

Une activité de «traduction» permet ensuite à Christine d'expérimenter différentes relations d'équivalence. L'expression 5 dizaines est mise en correspondance avec 5 enveloppes de dizaines. Elle juxtapose d'abord le contenu et le contenant en disant: «50 dizaines». Puis Christine coordonne contenu et contenant lorsqu'elle réalise qu'elle parle d'unités: «50 unités». La manipulation des enveloppes soutient la réutilisation de ces coordinations.

Christine met ensuite en correspondance le nombre 30 avec 30 unités, puis avec 3 enveloppes de dizaines qu'elle appelle trois dizaines. Le carton, sur lequel la quantité 12 dizaines est inscrite, est mis en correspondance avec 12 enveloppes de dizaines, puis 120 unités et enfin avec le nombre 120.

Pour terminer, on illustre le nombre 130 en posant 13 enveloppes de dizaines sur la table. Christine observe qu'en enlevant le 0 au nombre 130 écrit, elle retrouve les 13 dizaines. On demande à Christine d'illustrer le même nombre (130) d'une autre façon. La construction d'une centaine au moyen d'une grande enveloppe, le repérage des cent unités et des dix dizaines qu'elle conserve, sont nécessaires pour que Christine illustre le nombre 130 au moyen d'une centaine et de 3 dizaines. En effet, Christine ne se rappelle plus que la centaine contient 100 jetons. Cela semble la confondre. Elle compte les 13 dizaines et appelle le nombre «centaine».

En bref, le retrait du nombre 20 au nombre 2 210 est délaissé, puis on s'attarde à la construction de réflexions au sujet des relations d'équivalence. Ces dernières sont nécessaires à la compréhension du retrait avec emprunt. Nous voyons ainsi la pensée de Christine évoluer de coordinations entre sa représentation des nombres et leur comparaison, vers des coordinations entre sa représentation des groupes d'objets et leur comparaison, puis vers la coordination entre contenu (les objets) et contenant (les groupes d'objets). En effet, nous voyons la pensée de Christine juxtaposer contenu et contenant, osciller entre eux puis coordonner le contenu et le contenant. Ses connaissances à propos de la valeur des chiffres dans un nombre semblent se restructurer grâce à la manipulation du matériel et au comptage. Des équivalences entre 1 dizaine et 10 unités, puis 10 dizaines et 1 centaine surgissent. Un dernier type de relation (100 unités dans la centaine) semble nécessiter de nouvelles coordinations. Par exemple, l'équivalence entre 10 dizaines et 1 centaine ajoutée à une idée de conservation des unités qui composent la centaine semble nécessaire. Cette conservation ne semble pas présente. En considérant les dizaines, les unités semblent «s'envoler» ou disparaître.

Deuxième entrevue d'intervention

Pour présenter cette entrevue, nous nous appuyons sur l'observation selon laquelle le comptage des groupes (de dix ou de cent) et des éléments isolés entrave le développement de la compréhension des nombres chez Christine. En effet, au cours de l'évaluation initiale, elle n'a pas reconnu que la quantité 202 demeure lorsque l'enveloppe de centaine est déchirée et que les dizaines sont étalées sur la table. Le comptage ne l'a pas aidée à découvrir que cette quantité est invariante. En effet, elle a compté alors par un la centaine (1), les dix dizaines (2, 3, 4, ...11) et les deux unités (12, 13), retrouvant ainsi 13 éléments. Bednarz et Dufour-Janvier (1986) révèlent que la plupart des enfants conçoivent l'écriture de nombres comme le codage d'une collection d'éléments plutôt que comme le codage de collections groupées. L'activité proposée est tirée de cette étude.

Problème posé – Je te donne ce carton sur lequel plusieurs petits traits sont dessinés. Comment t'y prendrais-tu pour me dire le nombre de traits qu'il y a sur cette feuille? (Bednarz et Dufour-Janvier, 1986)

Une feuille, sur laquelle plus d'une centaine de traits sont dispersés, est donnée à Christine. Le moyen jugé le plus rapide pour connaître cette quantité est le regroupement des éléments par ensemble de dix. La juxtaposition des dizaines constituées (14) et des unités restantes (6) permet de retrouver le nombre 146. La pensée de Christine s'appuie sur la connaissance des positions des dizaines et des unités. Elle explique sa procédure: «Parce que regarde ici (en montrant 14 dizaines), c'est 14 puis ici (en montrant le 6), j'ai rien qu'à le mettre avec le 14 puis ça fait 146».

Nous tentons d'introduire une autre procédure que celle d'un arrangement spatial entre des quantités (les dizaines à côtés des unités). La reconstruction des 14 dizaines au moyen d'enveloppes, l'ajout de 6 jetons et leur comptage facilitent la transformation de 10 enveloppes de dizaine en une centaine. Enfin, Christine établit une correspondance entre les chiffres du nombre 146 et leur valeur. Christine explique laborieusement: «C'est parce qu'on a tout formé, on en avait 14, on en a tout formé, là avec ça [enveloppe de centaines], on en a 10 là-dedans, puis ici [en montrant les dizaines], il y en a 4. On peut former ça avec 4... 1... bien 10... centaines, bien 1 centaine je veux dire, puis 4 uni... 4 dizaines puis 6 unités. Puis ça fait 146.»

Christine est ensuite invitée à retrouver le nombre total de dizaines dans le nombre 146, donc à effectuer l'opération inverse. Elle explique d'abord qu'il y a 4 dizaines dans le nombre 146. L'observation du matériel et la recherche de la quantité totale (même les enveloppes qui sont dans la centaine) permettent de retrouver les 14 dizaines.

Par la suite, on demande à Christine de retrouver combien le nombre 146 contient d'unités. Le comptage des unités permet d'observer que Christine connaît le contenu des dizaines (10 unités) mais pas de celui de la centaine (100 unités). En effet, même si elle dit: «100 (en montrant la centaine)... puis 110, 120, 130, 140 (en montrant les dizaines)», elle hésite devant la centaine déjà comptée et essaie de la recompter. Elle démontre ainsi l'absence du principe de cardinal. En effet, Gelman et Gallistel (1978) ont identifié ce principe qui permet à l'enfant de comprendre que le dernier mot-nombre dit (ici 100) résume et représente le total de l'ensemble sans avoir besoin de compter.

– «Les as-tu comptées [les unités]?
– Non... ceux-là, c'est des centaines.
– Est-ce que tu m'as dit 100 tout à l'heure?
– Oui.
– Alors est-ce que tu as compté les unités?
– ... oui.»

Elle retrouve les 146 unités. Elle explique ensuite: «C'est drôle parce que je compte avec tout ensemble parce qu'avant, on comptait ça (les groupes) à part». Elle retient qu'elle peut «s'aider en comptant». Elle identifie le matériel dont elle doit se préoccuper lorsqu'elle compte les unités, les dizaines ou les centaines (enveloppes ou jetons). Christine réutilise cette réflexion pour retrouver les 200 unités qui composent le nombre 200. Elle explique: «Parce que c'est tout le nombre».

La pensée de Christine a donc évolué d'une conception selon laquelle l'écriture des nombres résulte de la juxtaposition des chiffres représentant des quantités vers une autre selon laquelle ils représentent le comptage de quantités. Les procédures de comptage favorisent la construction de réflexions à propos de la compréhension des unités qui «restent» dans la centaine. Les enveloppes et les jetons ainsi que la recherche totale de dizaines ou d'unités contenues dans le nombre favorisent cette nouvelle réflexion et amènent ainsi la nécessité d'adapter le comptage (compter par 100, par 10 ou par 1). Le dialogue a permis de suggérer des manipulations et d'amener des précisions (pourquoi compter les dizaines par 10...).

Troisième entrevue d'intervention

Le problème sous-jacent à la décomposition du nombre 709 nous a incitée à penser que pour Christine les chiffres d'un nombre correspondent à des unités seulement. Les mots «dizaine» et «centaine» écrits à côté des chiffres ne sont pas coordonnés à ceux-ci. En effet, Christine affirme: «2 dizaines, c'est toujours plus grand que 20 unités» et ce, malgré des manipulations avec du matériel. Bednarz et Dufour-Janvier (1986) ont observé que les enfants accordent peu de signification à l'écriture des nombres en termes de groupes d'éléments. Ils ne concevraient l'écriture que comme un alignement de chiffres ou une séquence de chiffres et cherchent 3 chiffres pour construire des nombres. Pour nous en assurer, nous avons utilisé l'activité qui a permis d'arriver à cette conclusion, en y ajoutant la recherche de la quantité d'unités qui compose les nombres formés. C'est alors une occasion d'échanger à propos du sens des divers comptages (par 10, par 100, par 1).

Problème posé – Je te donne des cartons sur lesquels tu peux lire des quantités. À quels nombres correspondent ces quantités: 51 dizaines, 49 dizaines... À l'aide de ces cartons, trouve le plus de nombres possibles compris entre 420 et 513.

Le début de l'entrevue permet de revoir les représentations mentales de Christine à propos des unités, des dizaines, des centaines, des unités de mille. Les équivalences (entre 50 et 5 dizaines par exemple) et l'inclusion des unités dans la centaine sont aussi abordées. Par la suite, Christine nous montre comment elle décompose dans la classe. Elle écrit le nombre 351 puis ses composantes 100 50, 1. En expliquant cette décomposition, elle remplace 100 par 300 en disant: «Il n'y a pas de 1». Christine sait que 300 correspond à 3 centaines et non à 300 centaines. Le dialogue l'invite à retrouver le nombre d'unités contenues dans «trois enveloppes blanches» [centaines]. Elle compte 100, 110, 120. La manipulation des trois enveloppes, l'identification des 100 unités dans chacune et le comptage par 100 permettent de revoir sa première conception (120) et de reconnaître les 300 unités. Christine s'aperçoit qu'elle avait mélangé les enveloppes de dizaines et celles des centaines. Elle arrive ensuite à reconnaître qu'il existe différentes façons de compter la centaine. Elle explique: «Parce qu'il y en a 3 dans chaque... on compte les centaines, les unités puis les dizaines.»

Le 50 de sa décomposition (300 50 1) signifie «les dizaines». La vérification de ses propos avec les enveloppes lui permet de se rendre compte qu'elle parlait des unités et qu'il y a deux façons de compter les dizaines (par 1 et par 10). Par le dialogue, nous tentons de lui faire prendre conscience de l'importance de bien identifier ce dont on parle, sans quoi il est impossible de se comprendre.

Nous posons ensuite le problème prévu à Christine. Elle lit le carton sur lequel est écrit 42 dizaines; elle cherche à l'imaginer dans sa tête. Elle prend ensuite 4 dizaines et 2 unités. Elle se rend compte soudain qu'elle a besoin de 42 dizaines. Elle voit les enveloppes de centaines, reconnaît les dizaines dans les centaines et commence à compter par dix (10, 20, 30). Elle adapte ensuite son comptage pour compter par un les enveloppes de dizaine isolées (31, 32... 42). Elle place sur la table 3 enveloppes de centaines et 12 enveloppes de dizaines. Elle hésite à transformer 10 des 12 dizaines en une centaine. «Parce qu'il en reste deux», explique-t-elle. Christine semble croire qu'il ne doit plus rester de dizaines après avoir formé la centaine. Nous la rassurons sur ce point. Elle observe maintenant les 4 centaines et les 2 dizaines, qu'elle appelle d'abord des unités. Elle tente d'indiquer le nombre obtenu, mais en vain. «402... 42... 4... 4... 42 dizaines», dit-elle.

Par le dialogue, nous l'invitons à revenir à ses expériences antérieures pour trouver un moyen de dépannage. Devant son long silence, un tableau identifiant l'ordre des positions des chiffres dans le nombre est dessiné. Elle inscrit le 4 dans la colonne des centaines, le 2 dans celle des dizaines et 0 dans celle des unités, en expliquant qu'il ne reste pas d'unités qui ne sont pas regroupées. Surprise, elle découvre le nombre 420.

Par le dialogue, nous introduisons aussitôt la recherche de la quantité d'unités contenues dans ce nombre. Elle dénombre les différentes enveloppes par 100 et par 10 puis retrouve 420 unités. Elle termine en disant: «... quand c'est des unités, ça fait le même nombre». Christine ajoute qu'elle n'avait jamais remarqué que la quantité d'unités correspondait au nombre et qu'elle n'est pas certaine que ce sera la même chose pour un autre nombre. Elle réutilise toutefois cette réflexion lorsqu'elle y est sollicitée en se représentant mentalement 3 unités pour y faire correspondre le nombre 3. Puis, elle fait correspondre rapidement 49 dizaines au nombre 490 en expliquant: «On ajoute toujours un 0 parce qu'il y en a pas... de dizaines». La suite se poursuivra au cours de la prochaine entrevue.

La pensée de Christine évolue ainsi de coordinations entre la manipulation de groupes d'objets et soit le comptage, soit une organisation amenée par l'utilisation du tableau de numération. Par le dialogue, on tente d'introduire une recherche de sens au comptage des dizaines ou des centaines.

Quatrième entrevue d'intervention

Cette intervention permet de toucher la comparaison entre les nombres et l'addition. Rappelons qu'il s'agit de recomposer des nombres à l'aide des cartes-nombres pour en former de nouveaux, compris entre 402 et 513. Christine constate qu'entre 402 et 513 il y a «une tonne» de nombres. Le matériel (enveloppes et jetons) est nécessaire pour retrouver une représentation de ce qu'est l'unité. Les mots «dizaine» et «centaine» sont aussi mis en correspondance avec les différentes enveloppes. Christine reconnaît leurs contenus respectifs et le généralise en retrouvant les 200 unités de 2 centaines, les 20 dizaines de 2 centaines et les 40 dizaines de 400. Par le dialogue, on établit une relation entre le sens accordé aux noms des groupes et la régularité des positions à travers les ordres (unités et mille).

Par la suite, Christine cherche le nom des nombres correspondant aux cartes sur lesquelles sont inscrites les quantités 5 centaines, 2 unités et 12 unités. Elle explique la correspondance entre le nombre 500 et 5 centaines en disant: «On rajoute deux zéros». Nous l'invitons à choisir les enveloppes qui correspondent aux centaines, à compter pour vérifier le résultat obtenu. Ce faisant, nous déplaçons la pensée de Christine vers une coordination entre une représentation de la centaine et le comptage.

Elle réutilise cette coordination en faisant correspondre, de façon hésitante d'abord, 2 unités au nombre 2, puis de façon plus assurée 12 unités, 11 unités, 45 dizaines respectivement aux nombres 12, 11 et 450. Elle explique: «Parce que j'ai compté dans ma tête avec les petites enveloppes. J'en ai compté 40... ben j'ai compté par 5 puis ça a fait... j'ai compté 5, 10, 15, 20, 25... parce que je voulais arriver à 45». Elle explique ensuite qu'elle compte souvent par 5 dans la classe. Une invitation à dénombrer les cinq dernières enveloppes de dizaines lui permet de se rendre compte qu'elle a compté par dix. Par le dialogue, nous déplaçons la coordination vers le contenu des enveloppes (10 objets) pour favoriser une prise de conscience de ce qui est compté.

Une confusion apparaît ensuite entre 4 dizaines et 40 dizaines. Une discussion à propos de la représentation mentale des dizaines est cependant suffisante pour lui permettre de dénombrer les quatre dizaines et faire disparaître cette confusion. Elle généralise cet éclaircissement pour retrouver le nombre 30 composé de 3 dizaines, le nombre 510 composé de 51 dizaines en expliquant: «J'ai compté par 100, par 10, j'ai fait... bien j'ai compté jusqu'à 5, 500... après j'ai fait 10». Christine continue de s'appuyer sur une coordination entre sa représentation mentale des objets, des groupes d'objets et le comptage. La réflexion qui en émerge permet de concevoir le nombre composé de plusieurs chiffres comme le résultat d'un comptage.

Christine est amenée ensuite à utiliser plus d'une carte pour retrouver le nombre correspondant aux différentes quantités. D'abord, elle considère que les quantités 5 dizaines et 4 dizaines correspondent au nombre 540. Christine reconnaît pourtant que la quantité 5 dizaines équivaut à 50 et 4 dizaines à 40. L'addition est suggérée, puis nous nous attardons à la signification de l'expression «mettre ensemble». Christine reconnaît l'opération qu'elle appelle «le plus», utilise l'algorithme traditionnel de l'addition et retrouve le nombre 90. Elle explique qu'elle pense davantage aux chiffres qu'aux enveloppes pour trouver des solutions comme 540. Par le dialogue, nous lui permettons alors de coordonner une représentation mentale des quantités avec l'opération d'addition.

Christine vérifie cette nouvelle coordination en prenant les cartes sur lesquelles figurent les quantités 12 unités et 2 unités. Elle demande:«On peux-tu mettre lui en premier (12 unités) et après lui [2 unités]?» Nous revenons à la représentation mentale de chacune de ces cartes, ce qui permet de coordonner sa représentation mentale et l'addition pour retrouver le nombre 14. La prise de conscience de l'opération requise, l'addition, n'est cependant pas verbalisée.

Christine fait ensuite correspondre 3 centaines, 3 unités et 4 unités au nombre 433 plutôt que 307. Par le dialogue et l'écriture du nombre, Christine constate qu'elle a placé le chiffre représentant la quantité de centaines (3) à la position des unités. Pour Christine, il n'y a qu'un problème d'absence de dizaines qu'elle résout en remplaçant la carte 4 unités par la carte 4 dizaines. L'attribution d'une position pour les jetons et les groupes de jetons lui permet de retrouver le nombre 343. Elle observe qu'un changement dans la position des chiffres: «Ça fait un autre nombre.» Le nombre 343 n'étant pas compris entre 402 et 513, Christine doit encore ajouter des quantités. L'ajout de 5 dizaines est jugé impossible. «Parce qu'il y a déjà une dizaine», explique-t-elle. Nous l'invitons à poursuivre sa recherche avec la carte 5 dizaines plutôt que de changer encore de carte. Sollicitée à prendre 4 enveloppes de dizaines (représentant le 4 de 343) puis 5 enveloppes de dizaines, Christine place d'abord les 4 dizaines à côté des 5 dizaines. Elle est ensuite amenée à identifier l'opération qui correspond à l'action de «mettre ensemble». Ne sachant pas reconnaître d'opération correspondant à son geste, elle est appelée à choisir parmi les quatre opérations connues. Elle identifie l'addition, puis compte les dizaines. Christine écrit ensuite le nombre d'unités, de dizaines et de centaines, et elle trouve le nombre 393. Christine réutilise l'addition pour ajouter encore 3 dizaines. Une invitation à utiliser les enveloppes facilite la reconnaissance des 12 dizaines (9 + 3) auxquelles elle fait correspondre le nombre 120. Elle traduit l'expression «mettre ensemble» par 120 + 300, calcule avec l'algorithme de l'addition et trouve 420. Elle ajoute ensuite les 3 unités qui contribuent à former le nombre 423. Christine admet ensuite que la formation d'un nombre répondant à la consigne est possible, sans que le mot «centaine» n'apparaisse sur les cartes. Elle reconnaît aussi que l'addition permet de former les nombres.

La pensée de Christine évolue donc de coordinations où les dizaines sont juxtaposées aux dizaines (50 + 40 = 540) vers des coordinations où intervient l'addition (40 + 50 = 90). Par le dialogue, nous invitons Christine à prendre conscience du sens que revêtent le comptage et les expressions utilisées pour désigner les différents groupements d'objets.

Cinquième entrevue d'intervention

Au cours de l'évaluation initiale, Christine a paru concevoir qu'arrondir correspond à donner la centaine supérieure. Le but de cette cinquième entrevue est d'amener Christine à comprendre l'approximation des nombres et à reconnaître son utilité pour juger d'une solution. La mise en situation consiste à nous imaginer que nous sommes au magasin et que nous devons payer un ou plusieurs articles, mais sans avoir le montant exact. L'argent de Monopoly sert de matériel. Christine dispose de 7 billets de 1 000 $, de 10 billets de 100 $ et de 5 billets de 10 $.

Problème posé – Tu veux acheter un Nintendo qui te coûte 149 $. Tu dois remettre les billets pour acheter cet objet, quels sont les billets que tu donnes à la caissière? Pourrait-on dire que tu as arrondi le nombre 149? D'autres nombres à arrondir pourront être suggérés pour prolonger l'exploration.

Christine compte avec hésitation un billet de 100 $ puis quatre billets de 10 $, s'arrêtant à 140 $. Jugeant que ce n'est pas suffisant, elle ajoute un dernier billet de 10 $. Elle admet qu'elle vient d'arrondir mais croit qu'elle a arrondi à la centaine. Invitée à énumérer les différentes positions et à observer les billets utilisés, elle conclut qu'elle a arrondi à la dizaine. Le questionnement, en sollicitant une coordination entre les positions des chiffres et les billets utilisés, favorise une réflexion qui lui permet de dire qu'elle aurait pu aussi arrondir à la centaine, en prenant deux billets de 100 $.

Christine doit ensuite payer son Nintendo (149 $) et un baladeur (90 $). Elle additionne 149 et 90 mentalement pour trouver 239. Les nombres ne sont peut-être pas suffisamment grands pour inciter Christine à utiliser l'approximation des nombres avant d'additionner. Priée d'arrondir chacun des deux nombres pour estimer le résultat, elle «arrondit» d'abord 90 à 89. En arrondissant le nombre 90 à 89, Christine démontre qu'elle fonde sa représentation mentale sur la récitation de la comptine des nombres plutôt que sur une idée d'approximation que nous voulions induire en proposant le matériel. Ce dernier, en ne proposant que des billets qui correspondent aux différentes positions, facilite par la suite l'arrondissement de 90 à 100. Puis, elle calcule mentalement 100 + 150. Elle utilise à nouveau l'algorithme traditionnel mentalement et obtient 250. Christine considère alors qu'arrondir lui permet de «compter». Elle trouve plus facile d'effectuer la deuxième opération.

Le nombre 938 est ensuite arrondi immédiatement à 900, sans utiliser le matériel. L'énumération des différentes positions favorise l'identification de la position arrondie, la centaine. Lorsqu'elle arrondit 938 à la dizaine, elle obtient 90. Son explication est confuse. L'utilisation des billets de Monopoly lui est suggérée. Christine compte d'abord les billets de 100 $, puis les billets de 10 $, pour s'arrêter à 930 et enfin à 940. Elle corrige son erreur et explique: «J'avais mélangé avec les... les dizaines, puis les unités puis les centaines. À l'école, on fait les unités, c'est un 9, les dizaines, c'est 90 et les centaines, c'est... 900». Elle soutient que ce moyen est utile dans les examens, pour les problèmes qui ont des chiffres. Elle utilise le nombre 340 pour illustrer ses propos. «... on enlève le chiffre, les deux chiffres... (le 4 et le 0 de 340)... et à la place du 4, on met un 0 pour le 300, puis là après, on enlève les deux chiffres, il y en a plus, là ça fait juste 3, puis pour... voyons... les dizaines, on garde ça comme ça». Arrondir semble encore un jeu où on met et ou on enlève des chiffres.

Enfin, le nombre 62 est d'abord écrit 602 par Christine. Nous lisons le nombre écrit et cela semble suffisant pour réaliser la correction. Christine arrondit à la dizaine (70) en prenant des billets de 10 $. Elle est amenée à écrire 70 sous 62 et à retrouver une autre dizaine proche. Elle écrit 60 au-dessus de 62 et reconnaît que 60 est plus près de 62. Un échange permet d'observer qu'il est possible d'arrondir à la dizaine supérieure ou inférieure, en choisissant selon notre besoin. Elle réutilise cette compréhension pour arrondir le nombre 615 à 600 puis à 700 en comptant les billets de Monopoly.

La pensée de Christine évolue ainsi de coordinations entre la manipulation de billets, représentant des quantités, et le comptage vers des coordinations où elle compare les nombres. La manipulation des billets facilite une coordination entre l'identification de la position inférieure et supérieure et la comparaison entre les nombres.

Sixième entrevue d'intervention

Cette entrevue a été introduite à la suite d'une discussion avec l'enseignante de Christine. Cette dernière éprouverait encore des difficultés avec la décomposition de nombres et l'addition des différents termes de la décomposition. Une entrevue où l'enfant identifiait l'opération d'addition entre les dizaines, les centaines et les unités a déjà été réalisée. Toutefois, cette rencontre ne semble pas avoir laissé de trace. Le but de cette sixième entrevue est donc de déterminer dans quelle mesure Christine reconnaît la quantité de dizaines et de centaines dans un nombre pour se faciliter les opérations.

Christine écrit un nombre de son choix sur sa feuille (340). Lorsqu'elle cherche la quantité de dizaines incluses dans ce nombre, elle explique: «300 dans le 3... le 4, j'en ai 40... 40 dizaines... puis j'en ai pas d'unités». Sa représentation mentale semble s'appuyer sur la connaissance des positions des chiffres dans le nombre. Elle juxtapose alors chiffres et quantité. Par le dialogue, on introduit une histoire qui permet un retour vers l'idée selon laquelle les chiffres d'un nombre remplacent les enveloppes et les jetons. Christine est ensuite invitée à illustrer le nombre 340 avec les enveloppes et les jetons, puis à expliquer le contenu des enveloppes. Elle prend 3 enveloppes de centaines et compte les 4 enveloppes de dizaines qu'elle place sur la table. Elle explique sa confusion avec 40 dizaines en disant: «Tantôt là, je pensais plus à ça... [l'illustration], je regardais juste ce nombre-là [340]». Elle poursuit son explication en introduisant l'exemple d'une addition par la décomposition (29 + 39 = 20 + 9 + 30 + 9). Cet exemple permet d'introduire l'illustration du nombre 29, un des termes de son addition.

Pour Christine, le 20 de 29 veut dire «les dizaines». Le nombre 29 est ensuite illustré par 20 enveloppes de dizaines et 9 jetons. Puis, 29 billes sont dessinées dans un ensemble. Elle explique alors que les 20 enveloppes de dizaines et les 9 jetons représentent la même quantité que les 29 billes dessinées. Un questionnement favorise la reconnaissance des billes comme unités, puis le nombre 29 est reconnu équivalent à 29 unités. Christine conclut que l'illustration du nombre 29 par 20 enveloppes et les 9 jetons ne correspond pas à 29, même si elle ne sait pas à quoi il correspond.

Dans l'exemple des 29 billes, elle explique que c'est le fait d'encercler les billes qui a permis de trouver le nombre. Elle oublie le comptage qui a précédé ou justifié la construction de l'ensemble. La construction d'un nouvel ensemble, dont elle ne connaît pas la quantité, l'amène à redécouvrir que le comptage permet d'identifier une quantité d'objet. Elle réutilise cette procédure pour les 20 enveloppes et les 9 jetons, et trouve le nombre 209. Ce comptage semble induire l'idée de l'addition. En effet, elle illustre ensuite 29 en utilisant 9 jetons auxquels elle additionne 2 jetons. Elle découvre le nombre 11 et constate que cela ne correspond toujours pas au nombre 29; elle prend finalement 2 dizaines et 9 unités en expliquant: «[...] quand tu dis 29, c'est mélangeant avec les dizaines parce que tu sais pas si c'est les dizaines ou les unités. C'est ça qui me mêle.»

Il y a rappel de l'activité où elle découvrait le nombre de traits dessinés sur une feuille (en montrant le matériel), puis des 29 billes dénombrées dans l'ensemble précédent. Ce rappel permet de reconnaître que la désignation du nombre correspond à la quantité d'unités. De plus, elle convient que ce nombre est «en même temps» composé de dizaines. Elle établit ensuite une relation d'équivalence entre le 20 du nombre 29 et 20 unités.

Par la suite, un retour au nombre de départ (340) permet de chercher la quantité d'unités qui le compose. Hésitante, elle récite: «300 puis 40», tout en croyant que ces deux quantités font 34. La réflexion fait appel à la juxtaposition créée par la décomposition. «Tu mets le 3 puis le 4, puis t'enlèves le 0». Le dialogue l'invite à vérifier au moyen du comptage. Elle retrouve les 340 unités et explique: «Il faut que tu penses aux...dizaines, aux centaines puis aux unités.» Elle ajoute qu'en comptant par 10 et par 100, elle trouve la quantité d'unités. Le dialogue a permis une coordination entre la représentation des dizaines et des centaines puis le comptage. Christine retrouve ensuite les 34 dizaines, en comptant par 10 les dizaines dans les enveloppes de centaines. À la suite d'un questionnement au sujet de ce qui est compté, elle dénombre par 1 les dizaines isolées.

Christine tente de réutiliser cette coordination en cherchant la quantité d'unités dans le nombre 329. Elle trouve 3 centaines, 2 dizaines et 9 unités puis, elle dit qu'il y a 313 unités dans ce nombre. «J'ai compté 100, 200 puis 300 puis je comptais les dizaines». Sa représentation mentale semble s'appuyer sur une coordination entre la valeur attribuée aux chiffres et le comptage des dizaines par 1 (300, 310, 311, 312, 313). Christine a oublié d'adapter le comptage et de compter les unités dans les dizaines. Par le dialogue, nous l'invitons à illustrer le nombre 329, à distinguer 2 dizaines de 2 unités, à compter les unités dans les dizaines, ce qui lui permet de découvrir les 329 unités. Le dialogue tente de nouveau de lui faire observer que depuis le nombre 340, 29 et encore maintenant avec le nombre 329, le cardinal correspond à la quantité d'unités. Elle généralise cette observation en constatant qu'avec le nombre 928, il y aurait 928 unités.

Enfin, pour Christine, le nombre 329 contient aussi 329 dizaines. Elle s'appuie encore sur l'idée selon laquelle un nombre peut à la fois contenir les dizaines et des unités. Une assimilation des deux informations amène une relation selon laquelle la quantité de dizaines et d'unités est la même. Le comptage des dizaines qu'elle se représente mentalement, le support des enveloppes et l'adaptation du comptage, avec de l'aide, ne permettent pas de retrouver le nombre de dizaines contenu dans 329.

La pensée de Christine semble résister à certains changements. Les relations où les unités sont incluses dans les centaines sont d'abord estompées au profit de valeurs juxtaposées. La coordination selon laquelle des unités et des dizaines sont présentes en même temps dans un nombre mais en quantité différente pose problème. Le dialogue sur ses représentations mentales des unités des dizaines et des centaines, la manipulation des enveloppes et des jetons ainsi que le comptage des différentes unités de mesure ont permis l'exploration de coordinations déjà réalisées.

Quelques retombées ou conséquences

Où en est Christine maintenant?

À la fin des six entrevues d'intervention, les habiletés de comptage de Christine se sont améliorées. Elle compte par 10 à partir d'un multiple de 10, ce qui est nouveau. Le changement de centaine durant le comptage, de même que l'adaptation du comptage aux différents groupements, est laborieux toutefois. Le comptage est une procédure à laquelle elle n'accorde pas encore toute sa confiance. Elle cherche à arriver au résultat «prévu», plutôt qu'à utiliser le comptage comme moyen pour obtenir ou vérifier un résultat.

Christine reconnaît maintenant que certaines transformations apportées à l'illustration d'une quantité (202) ne modifient pas cette dernière, ce qui permet de constater la contribution de ses habiletés de comptage. Elle ne reconnaît cependant pas l'équivalence entre trois quantités organisées différemment. Christine reconnaît encore souvent le nombre d'après la configuration de l'illustration plutôt que par une procédure de comptage ou d'addition, d'où l'importance de la configuration spatiale dans son raisonnement. La difficulté qu'elle éprouve parfois à adapter le comptage aux différentes unités de mesure de quantité l'invite alors à juxtaposer les quantités. Ainsi, encore maintenant, la coordination entre la représentation mentale des unités, des dizaines et des centaines avec le comptage n'est pas spontanée.

Christine peut arrondir et comparer des nombres. De plus, elle peut retirer une quantité d'une autre sans problème (234 - 20 = 214). Elle reconnaît que les centaines continuent d'exister dans la grande enveloppe de centaine de mille. «Dans le 1 de 1 098, il y a des centaines», dit-elle.

En un mot, Christine se rapporte présentement à un matériel lorsqu'elle explique son raisonnement sur la valeur des chiffres dans un nombre. Elle attribue alors aux chiffres l'idée de représentant, ce qui est nouveau. Toutefois, ses structurations nouvelles ne peuvent être généralisables, puisque les procédures introduites par le comptage ne favorisent pas une reconstruction. Des problèmes d'attention surgissent; elle oublie ce qu'elle cherche.

Comment la compréhension de Christine s'est-elle développée?

Nous avons pu observer la construction de nouvelles réflexions par la coordination entre les représentations mentales issues d'actions déjà posées (construction de dizaines et de centaines) et les procédures (le comptage). On s'est attardé d'abord à la construction de réflexions au sujet des équivalences. Ces dernières, nécessaires à la compréhension du retrait avec emprunt naissent d'une oscillation entre contenu (les objets) et contenant (les enveloppes). Des équivalences entre 1 dizaine et 10 unités, puis 10 dizaines et 1 centaine apparaissent. Sa conception selon laquelle l'écriture des nombres résulte de la juxtaposition des chiffres s'est modifiée vers une autre selon laquelle cette écriture provient du comptage d'objets isolés et de groupes d'objets. Les enveloppes et les jetons ainsi que la recherche totale de dizaines ou d'unités contenues dans le nombre favorisent cette nouvelle réflexion et amène ainsi la nécessité d'adapter le comptage (compter par 100, par 10 ou par 1). La pensée de Christine est retournée ensuite vers des coordinations où les dizaines sont juxtaposées aux dizaines (50 + 40 = 540), puis elle a fait un saut vers des coordinations où intervient l'addition (40 + 50 = 90). Un certaine résistance est apparue lors de la dernière intervention. Il lui a été difficile de concevoir qu'un nombre contient à la fois des dizaines et des unités.

Nous constatons que lorsque les procédures posent des problèmes, la nouvelle réflexion s'estompe au profit d'un recul. Ainsi, plutôt que d'évoluer vers une compréhension de l'écriture des nombres selon laquelle on réunit les différentes quantités, Christine retourne à une réflexion selon laquelle on place les quantités les unes à côté des autres (50 + 40 = 540). Nous découvrons à ce moment que ce n'est pas la représentation mentale initiale sur laquelle s'appuie l'enfant qui rend nécessairement sa structuration partielle ou généralisable, mais plutôt la procédure qui y est coordonnée. Ainsi, un arrangement des quantités ou des chiffres dans un espace ou un temps donné rend les structurations partielles. Les procédures de comptage, d'adaptation du comptage puis d'opérations tendent à créer des réflexions généralisables, probablement à cause de la représentation mentale des quantités qu'elles nécessitent. En effet, ces deux procédures permettent de généraliser les équivalences entre des quantités (2 dizaines = 20 unités, 3 dizaines = 30 unités...).

Par ailleurs, certaines représentations mentales semblent jouer un rôle prépondérant dans la construction de nouvelles réflexions. Ainsi, «conserver» les unités dans les dizaines, ces dernières dans les centaines mais aussi les unités dans les centaines semble contribuer à l'élaboration d'une structure adaptable à divers problèmes. Cette représentation mentale permet à l'enfant de retrouver la quantité d'unités et de dizaines dans le nombre 234 par exemple.

Conclusion

En appuyant notre recherche sur le critère de réalité vécue par les orthopédagogues dans les milieux scolaires, nous avons tenté d'explorer et d'analyser le développement de la pensée de Christine afin d'apporter un éclairage qui facilite la compréhension de l'intervention rééducative. Nous avons constaté que le travail auprès d'enfants en difficulté d'apprentissage requiert un accompagnement qui nécessite une adaptation particulière au cheminement de leur pensée, adaptation rendue nécessaire par les détours imprévisibles qu'ils font. Enfin, les résultats obtenus indiquent que les coordinations utilisées ne permettent pas toujours la construction des mêmes critères (DeBlois, 1994*a*). Ainsi, si certaines coordinations favorisent une réflexion adaptée, d'autres sont entravées par une procédure peu efficace ou par l'absence de prise de conscience de la coordination réalisée.

Nous avons pu observer l'apport du matériel de manipulation. Les jetons et les enveloppes ont été le plus souvent choisis par l'enfant. Ce matériel, plus près de l'activité de dénombrement, a joué un rôle important dans l'expérience de construction d'une solution. Ainsi, il a permis à Christine de «voir» l'invariance de la quantité par rapport à son organisation. Il a aussi facilité la mise en correspondance entre les chiffres d'un nombre et les unités de mesure de quantité (unités, dizaines, centaines, unités de mille). La manipulation des enveloppes et des jetons a même favorisé l'introduction de l'opération d'addition dans la construction de nombres. L'abaque, toutefois, a présenté une difficulté particulière. Ce matériel, en s'appuyant sur un contexte symbolique très près de la notation positionnelle, semble exclure l'idée de processus dans la construction d'une solution. Par exemple, Christine a semblé oublier qu'un seul anneau pouvait en représenter dix.

Les implications de ces conclusions permettent de comprendre pourquoi l'enfant en difficulté réussit «quelquefois». Les procédures choisies par Christine semblent favoriser ou entraver la construction de nouvelles réflexions. On illustre alors la complexité à cerner la cause de la difficulté. Est-ce la représentation initiale qui n'est pas pertinente ou la procédure qui y est coordonnée qui pose problème? Quelle réflexion naît de cette coordination? Cela montre aussi l'importance à accorder, en classe, à l'identification des coordinations qui ont facilité l'apparition de solutions adaptées. La parole qui est donnée à l'enfant contribue alors non seulement à l'inciter à revenir sur ses gestes, à identifier les coordinations qui permettent des réussites, mais elle permet aussi d'observer si les procédures prennent la place de la réflexion.

Note

1. Cette recherche a été rendue possible grâce à la contribution du fonds FCAR et de l'Université du Québec à Rimouski.

Abstract – This article reports on one aspect of a research study whose aim was to observe the development of number comprehension by children with learning difficulties. A case study of one subject, Christine, and her responses in the activities implemented is presented. The author offers an analysis of the child's initial representations and the thinking processes used in problem solving and in the construction of new reasoning related to the concept. It was found that procedures which are linked to mental representations allow the transformation of thinking processes.

Resumen – Este artículo presenta parte de una investigacion realizada para observar la evolución de la comprensión de la escritura de números por niños con dificultades de aprendizaje. Analizamos el caso de Christine, uno de los niños entrevistados. Hacemos tambien una descripción somera de las actividades realizadas; éstas se refieren, entre otras, aspectos a las representaciones iniciales del niño, a los procedimientos utilizados para resolver los problemas planteados y a la construcción de nuevas reflexiones, relacionadas con el concepto de número. Los procedimientos relacionados con las representaciones mentales permiten la transformación de las reflexiones.

Zusammenfassung – Dieser Artikel ist ein Teilbericht über eine Untersuchung, deren Ziel es war, die Entwicklung des Verständnisses des Zahlenschreibens bei Kindern mit Lernschwierigkeiten zu beobachten. Wir berichtn über die Entwicklung dieses Verständnisses für Christine, eines der beobachteten Kinder. Unsere Analysen beschreiben kurz die durchgeführten Aktivitäten. Außerdem gehen sie auf die Ausgangsvorstellungen des Kindes ein, auf die angewandten Methoden zur Lösung der gestellten Aufgaben und auf den Aufbau neuer Überlegungen zu diesem Begriff. Die auf die geistigen Vorstellungen abgestimmten Methoden geben Raum zur Veränderung der Überlegungensvorgänge.

RÉFÉRENCES

Bergeron, J., Herscovics, N. et Bergeron, A. (1986). *The Kindergartner's symbolization of numbers.* Proceedings of the eight annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Methmatics Education (p. 35-41). Michigan.

Bergeron, J. et Herscovics, N. (1989). *Un modèle de la compréhension pour décrire la construction de schèmes conceptuels mathématiques* – Actes de la 41e rencontre de la Commission internationale pour l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (p. 139-147). Bruxelles.

Bednarz, N. et Dufour-Janvier, B. (1986). Une étude des conceptions inappropriées développées par les enfants dans l'apprentissage de la numération au primaire. *European Journal of Psychology of Education, 1*(2), 17-33.

Boukhssimmi, D. (1990). *Analyse épistémologique des influences d'un logiciel et des interventions du maître sur la compréhension de la droite et de son équation.* Thèse de doctorat, Université Laval, Sainte-Foy.

DeBlois, L.(1990). *Étude de trois approches pouvant favoriser l'atteinte de la compréhension abstraite logico-mathématique de la numération chez des élèves de troisième année.* Mémoire de maîtrise, Université Laval, Sainte-Foy.

DeBlois, L. (1993). *Le développement de l'abstraction en regard du concept de la numération positionnelle chez les enfants en difficulté d'apprentissage.* Thèse de doctorat, Université Laval, Sainte-Foy.

DeBlois, L. (1994*a*). *Le rôle des représentations mentales dans le développement de l'abstraction réfléchissante.* Actes du Colloque de la Commission internationale pour l'étude et l'avancement des mathématiques. Toulouse.

DeBlois, L. (1994*b*). Analyse d'une intervention en mathématique auprès d'enfants en difficulté d'apprentissage au primaire. *Bulletin AMQ, XXXIV*(34), 18-29.

Fuson, K. C. (1988). *Children's counting and concepts of number.* New York, NY: Springer Verlag.

Fuson, K. C., Richards, J. et Briars, D. J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. *In* C. Brainerd (dir.), *Progress in cognitive development research* (Volume 1 – *Children's logical and mathematical cognition*, p. 33-92). New York, NY: Springer Verlag.

Gelman, R. et Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Héraud, B. (1989). A conceptual analysis of the notion of length and its mesure. *Proceedings of the Thirteenth Annual Meeting of International Group for the Psychology of Mathematics Education.* Paris. 83-90.

Héraud, B. (1992). *Genèse de la notion de mesures spatiales: construction de la mesure bilinéaire.* Thèse de doctorat, Université de Montréal.

Menchinskaya, N. A. (1969). *Fifty years of soviet instructional psychology. Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics.* Tome 1 (p. 5-7). Stanford, CA: SMSG et Chicago, IL: Survey of Recent East European Mathematical Literature.

Menchinskaya, N. A. et Moro, M. I. (1975). *Questions in the methods and psychology of teaching arithmetic in the elementary grades. Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics.* Tome XIV (p. 169-194). Stanford, CA: SMSG et Chicago, IL: Survey of Recent East European Mathematical Literature.

Morgado, L. (1992). *What are the mechanisms that can contribute to conceptual development, for example conceptions, implicit models, spontaneous reasoning, already developed by children?* Discussion présentée au working-group 1-1. International Congress on Mathematical Education. Québec: Université Laval, le 7 août.

Perret, J. F. (1985). *Comprendre l'écriture des nombres.* Berne: Peter Lang.

Piaget, J. (1936). *La naissance de l'intelligence chez l'enfant.* Neuchâtel, Paris: Delachaux et Niestlé.

Piaget, J. (1974*a*). *La prise de conscience.* Paris: Presses universitaires de France.

Piaget, J. (1974*b*). *Comprendre et réussir.* Paris: Presses universitaires de France.

Piaget, J. (1977). *Recherches sur l'abstraction réfléchissante 1. L'abstraction de l'ordre des relations logico-mathématiques.* Paris: Presses universitaires de France.

Ross, S. H. (1989). Parts, wholes and value place: A developmental view. *Arithmetic Teacher, 36*(6), 47-53.

Steffe, L. P. et Cobb, P. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies.* New York, NY: Springer Verlag.

Steffe, L. P. et Von Glasersfeld, E. (1985). Helping children to conceive on number. *Recherches en didactique des mathématiques, 6*(2-3), 269-303.

Vergnaud, G. (1991). L'appropriation du concept de nombre: un processus de longue haleine. *In* J. Bibeaud, Cl. Meljac et J. P. Fisher (éd.), *Les chemins du nombre* (p. 271-285). Lille: Presses universitaires de Lille.